

Aplicación de modelos markovianos y del filtro de Kalman para la identificación del ciclo económico en Costa Rica

Manfred Esquivel Monge

Jornadas de Investigación Económica 2019

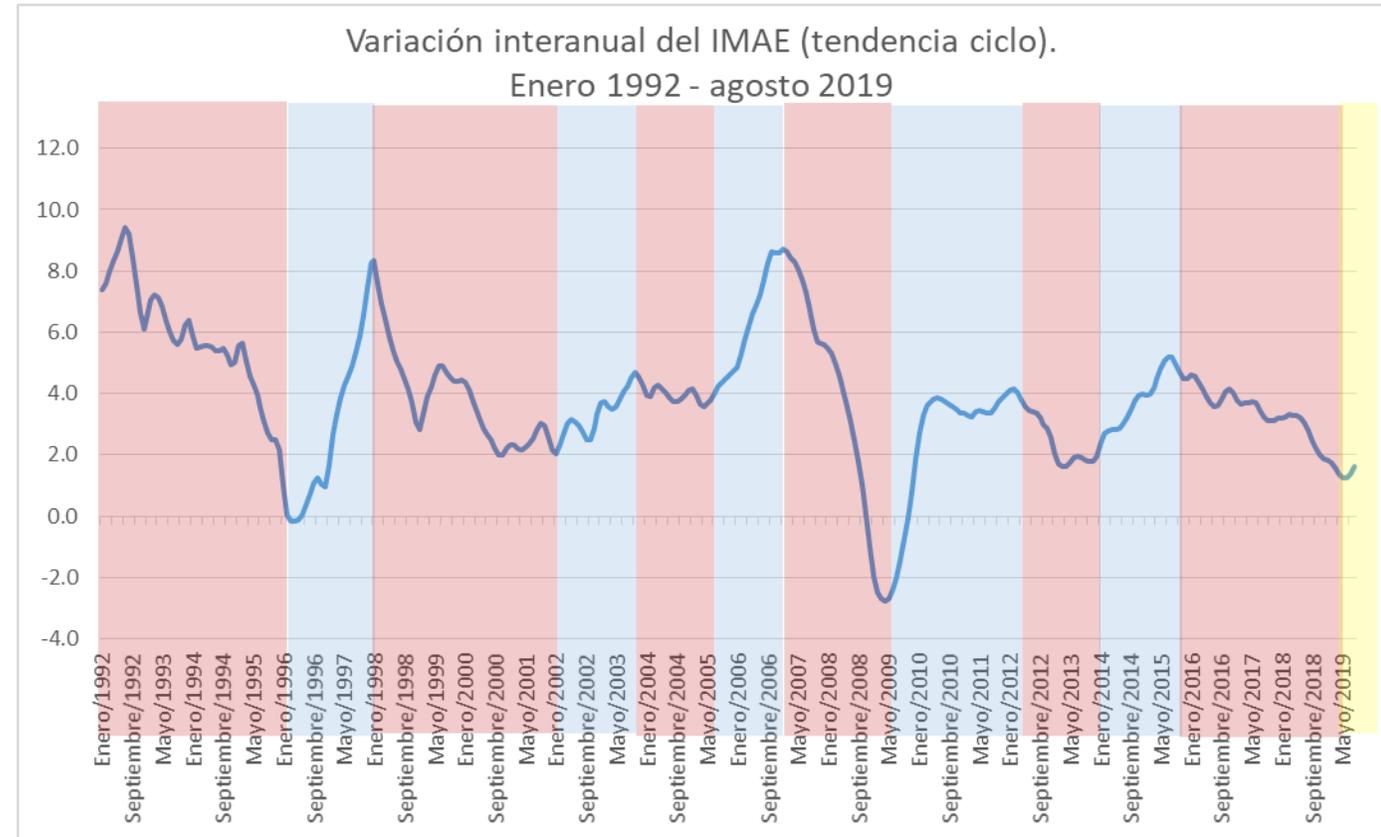
Diciembre 2019



Las ideas expresadas en este documento son del autor y no necesariamente representan las del Banco Central de Costa Rica

Motivación

- ¿En qué fase del ciclo estamos hoy?
- ¿Cuánto esperamos que dure esta fase?
- ¿Cómo responder con base en algún criterio estadístico a esas preguntas?
- ¿Es posible mejorar la estimación del parámetro λ apropiado para series de Costa Rica?



Objetivos

1

Estimar, mediante la propuesta de Stock y Watson (1991), basada en **análisis de factores dinámicos**, un indicador del ciclo de actividad económica para Costa Rica.

2

Aplicar el método de Hamilton (1989), basado en **modelos cambio de régimen** con cadenas de Markov, para estimar la probabilidad de que la economía esté en fase de expansión o contracción, así como la duración esperada del ciclo económico en Costa Rica.

3

Utilizar el ciclo estimado con el método de SyW (1991) para **calibrar el parámetro** de suavizamiento apropiado para la aplicación del Filtro de Hodrick y Prescott (FHP) a las series de producción en Costa Rica.

Antecedentes

- Chaverri (2011):
 - Aplica el FHP al IMAE (1976-2010)
 - Identifica 9 ciclos
 - Duraciones 1 año y 7 meses → 2 años 11 meses.
 - Crecimiento de 12,4% (fase ascendente) y 1% (fase descendente).
- Chaverri y Rodríguez (2013):
 - Aplican FHP al IMAE (1991-2012).
 - 5 ciclos completos con duraciones de entre 6 y 4 años.

Metodología. Stock y Watson (1994)

- Sea C_t una serie temporal que representa el estado del sistema
- Existen n variables macro ($y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{nt}$) cuya dinámica depende de C_t y de componentes idiosincráticos ($\chi_{1t}, \chi_{2t}, \dots, \chi_{nt}$)
- Si los componentes de ξ_t son independientes y gaussianos, es posible concebir la siguiente estructura de relaciones:

Modelo matemático que describe la dinámica de un sistema que contiene muchas variables (algunas que no observamos)

$$\begin{aligned} C_{t+1} &= \phi_c C_t + v_{ct} \\ \chi_{t+1} &= \phi_1 \chi_t + v_{1t} \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{1t} &= \mu_1 + \gamma_1 C_t + \chi_{1t} \\ y_{2t} &= \mu_2 + \gamma_2 C_t + \chi_{2t} \\ &\vdots \end{aligned}$$

Ecuación de estado

Ecuación de observación

$$\begin{bmatrix} C_{t+1} \\ \chi_{1t+1} \\ \chi_{2t+1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_c & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \phi_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_t \\ \chi_{1t} \\ \chi_{2t} \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{ct} \\ v_{1t} \\ v_{2t} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ \vdots \\ y_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \gamma_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \gamma_n & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_t \\ \chi_{1t} \\ \chi_{2t} \\ \vdots \\ \chi_{nt} \end{bmatrix}$$

Estimación mediante un procedimiento de filtrado y por máxima verosimilitud.

Dada una muestra de $(y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{nt})$, el procedimiento permite inferir la serie C_t que con mayor probabilidad es compatible con los datos.

Metodología. Hamilton (1989)

- Modelo AR de coeficientes cambiantes para crecimiento trimestral:

$$y_t - \mu_{s_t^*} = \sum_{i=1}^4 \varphi_i (y_{t-i} - \mu_{s_{t-i}^*}) + e_t (*)$$

- y_t es el crecimiento observado del producto.
- $\mu_{s_t^*}$ crecimiento esperado en régimen $s_t^* = \begin{cases} 1 & \text{Expansión} \\ 2 & \text{Contracción} \end{cases}$
- La transición de s_t^* es un proceso markoviano:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

Es un modelo AR(4) de la brecha del crecimiento observado (y_t) respecto al crecimiento esperado en cada régimen ($\mu_{s_t^*}$)

entre regímenes

Metodología. Hamilton (1989)

- El modelo (*) es altamente no lineal. No puede estimarse directamente. Se procede mediante procedimiento de filtrado y suavizado.

Duración esperada de cada régimen (no del ciclo):

$$d_i = \frac{1}{1 - \hat{p}_{ii}}$$

- El procedimiento permite estimar:

Parámetros	Descripción
$\hat{\mu}_1$ y $\hat{\mu}_2$	Crecimientos esperados en estado de expansión y contracción
$P_{S_11}, P_{S_12}, \dots, P_{S_1T}$ $P_{S_21}, P_{S_22}, \dots, P_{S_2T}$	Probabilidad de cada régimen a lo largo del tiempo
$\begin{bmatrix} \hat{p}_{11} & \hat{p}_{12} \\ \hat{p}_{21} & \hat{p}_{22} \end{bmatrix}$	Matriz de probabilidades de transición

¿Qué se hace diferente respecto a Stock y Watson (1991)?

- Se incorpora posibilidad de que C_t sea un proceso de orden superior [AR(2) vs. AR(1)].
- Mayor persistencia a la serie de ciclo.

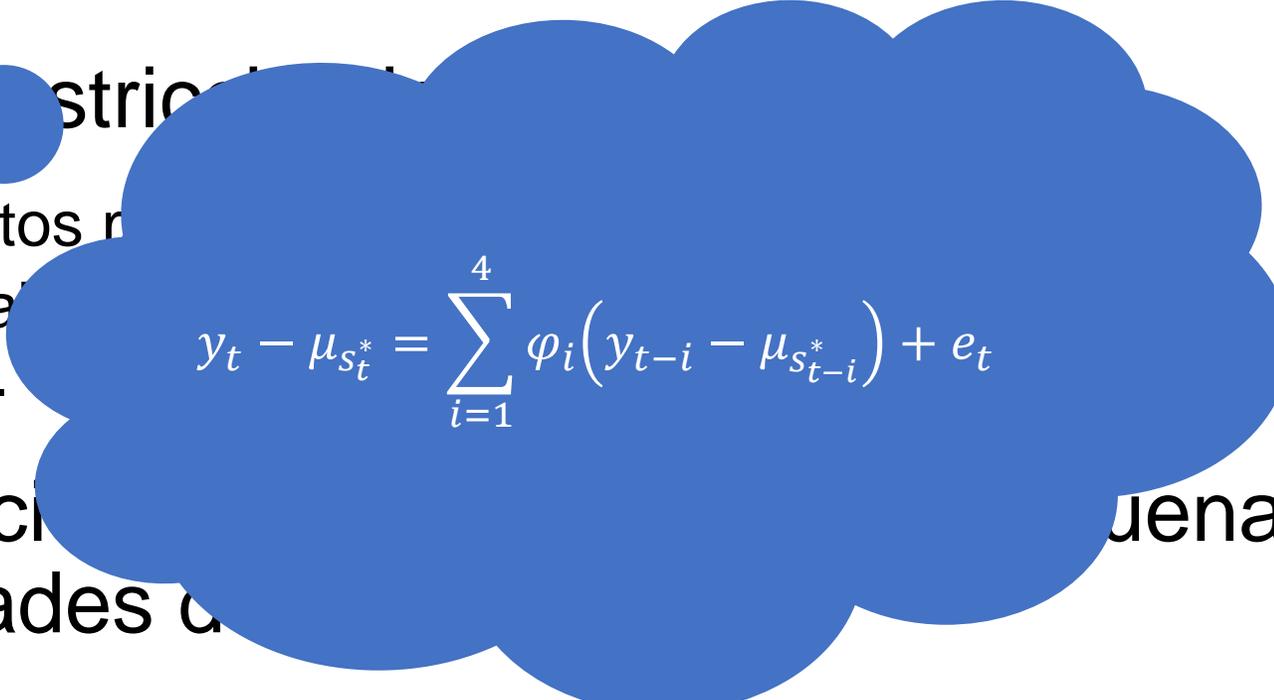
¿Qué se hace diferente respecto a Hamilton (1989)?

- Se permite un régimen adicional (modelo estimado tiene de 3 regímenes).
 - Episodios extremos (1981-82 y 2008-2009) distorsionan estimaciones cuando hay solo 2 regímenes.
 - Duraciones estimadas del ciclo más alineadas con estudios previos.
- Se controla por un posible cambio estructural en la dinámica del ciclo.
 - ¿Es el crecimiento esperado durante fase de expansión (o contracción) diferente antes y después de 1991?

Especificaciones estimadas: Hamilton (1989)

- El modelo original de Hamilton impone μ' s fijos durante expansiones y contracciones.

$$\mu_{1*} = \widehat{\mu}_1 \quad \text{y} \quad \mu_{2*} = \widehat{\mu}_2 \quad \text{para } t = 1, 2, \dots, T$$

- ¿Por qué esto podría ser una restricción? 
 - Cambios en productividad. Crecimientos reales
 - Política monetaria “más estabilizadora” durante expansiones y contracciones.
- En ambos casos, la especificación puede ser una buena inferencia sobre las probabilidades de

$$y_t - \mu_{s_t^*} = \sum_{i=1}^4 \varphi_i (y_{t-i} - \mu_{s_{t-i}^*}) + e_t$$

Datos (trimestre) con (1991):

Estas son las series $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{nt}$ cuya dinámica es influenciada por C_t en el modelo

Serie	Detalle	Coverage	Fuente
PIB	Serie de producto interno bruto	1978Q1-2019Q2	BCCR
IMAE	Serie estacionalizada de inflación 2012. (Promedio del trimestre)	1976Q1-2019Q3	BCCR
Empleo	Ocupados según CCSS. Ajuste por LPT en 2001. (Promedio del trimestre).	1976Q1-2019Q3	CCSS
Comercio	Índice de cantidad de exportaciones e importaciones. (Promedio del trimestre).	1991Q1-2019Q2	BCCR
Ingreso disponible	Ingreso nacional disponible.	1991Q1-2019Q2	BCCR

Datos (trimestrales): Hamilton (1989):

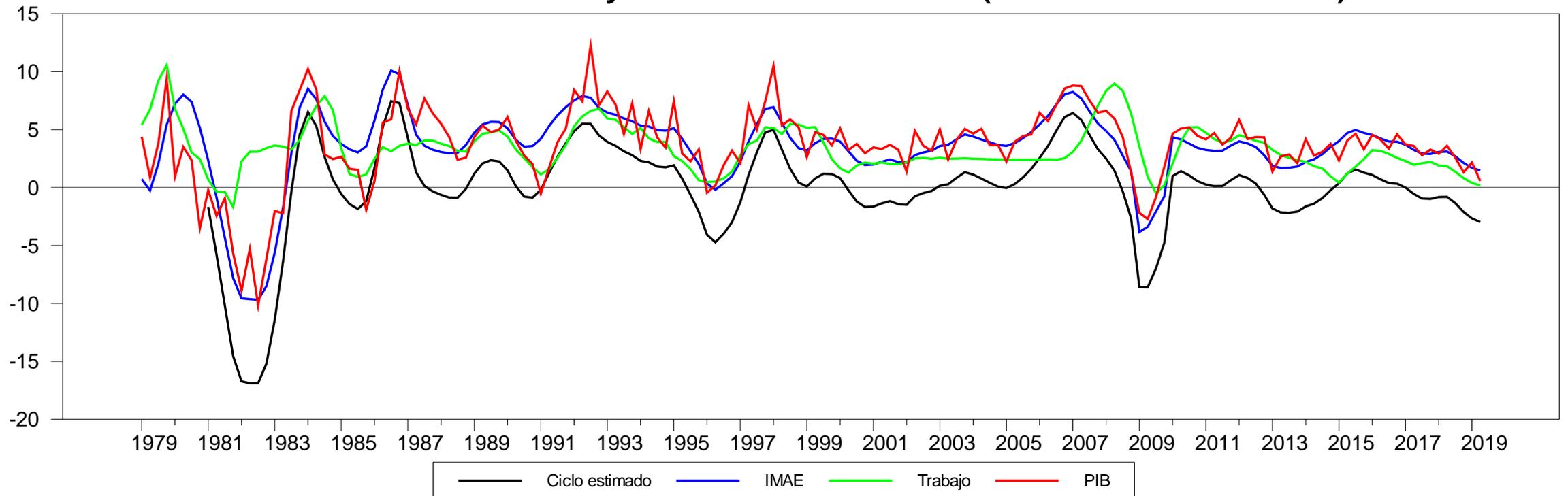
Serie	Detalles	Muestra disponible	Fuente
PIB	Serie desestacionalizada base 2012	1978Q1-2019Q2	BCCR
IMAE	Serie desestacionalizada base 2012. (Promedio del trimestre)	1976Q1-2019Q3	BCCR

$$y_t - \mu_{s_t^*} = \sum_{i=1}^4 \varphi_i (y_{t-i} - \mu_{s_{t-i}^*}) + e_t$$

Resultados. Método de Stock y Watson (1991)

Modelo con 3 variables observables (cifras desde finales de los 70s)

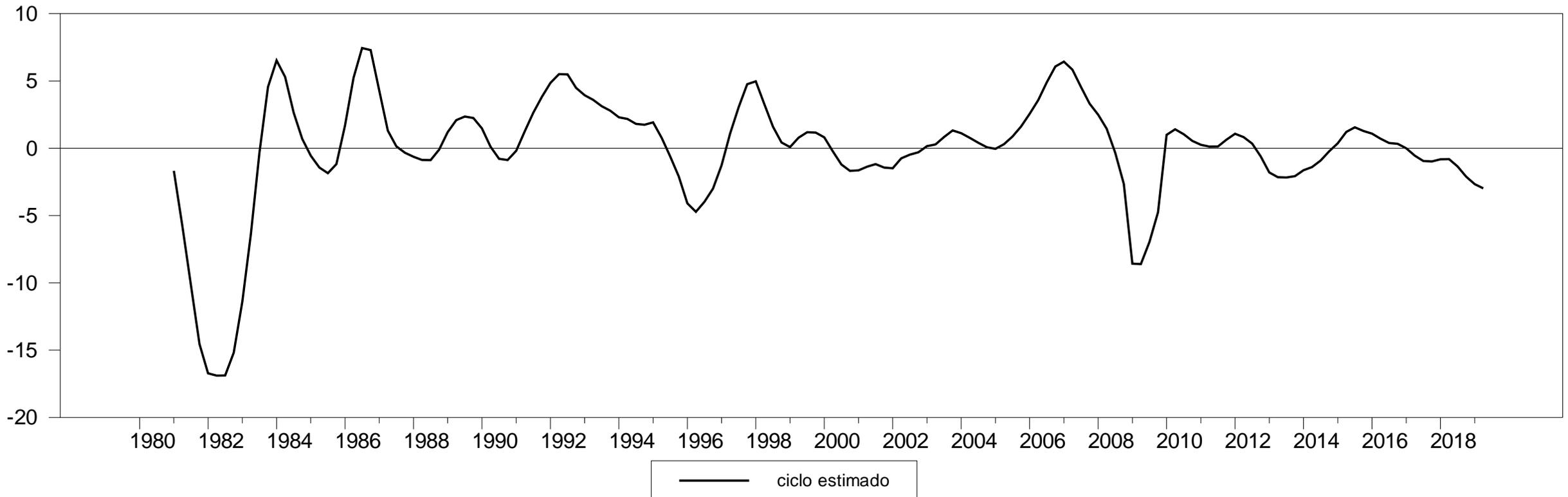
Ciclo económico estimado y variables determinantes (variaciones interanuales)



Resultados. Método de Stock y Watson (1991)

Modelo con 3 variables observables y ciclo como variable AR(2)

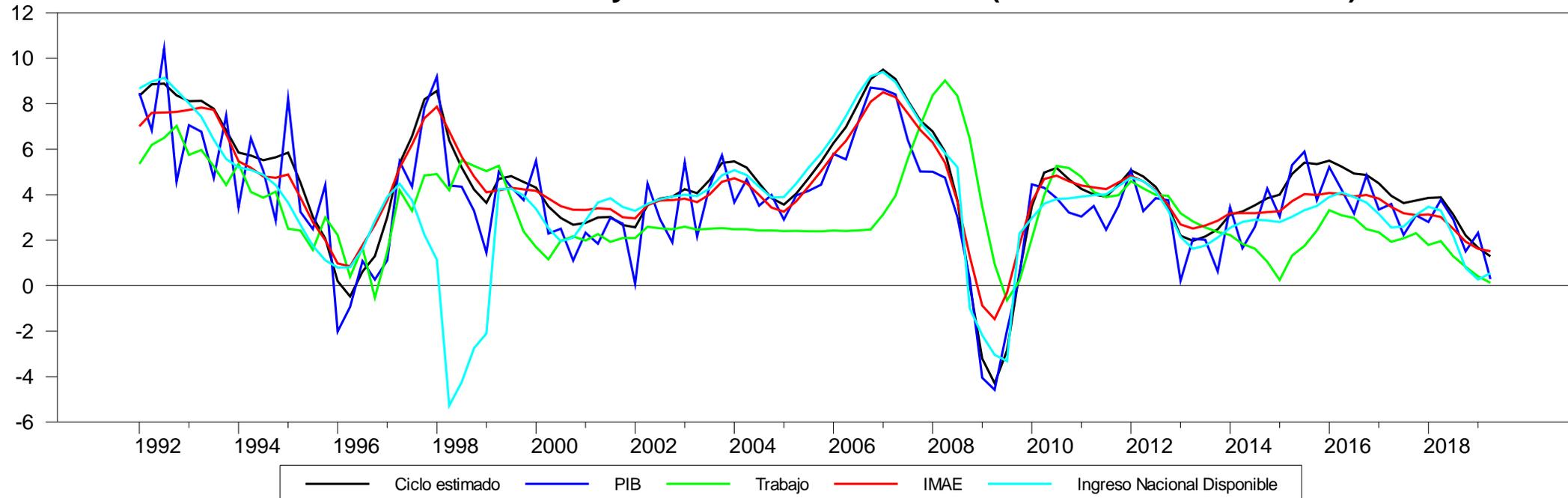
Estado estimado del ciclo económico



Resultados. Método de Stock y Watson (1991)

Modelo con 4 variables observables (datos desde inicios de los 90)

Ciclo económico estimado y variables determinantes (variaciones interanuales)



Resultados. Método de Stock y Watson (1991)

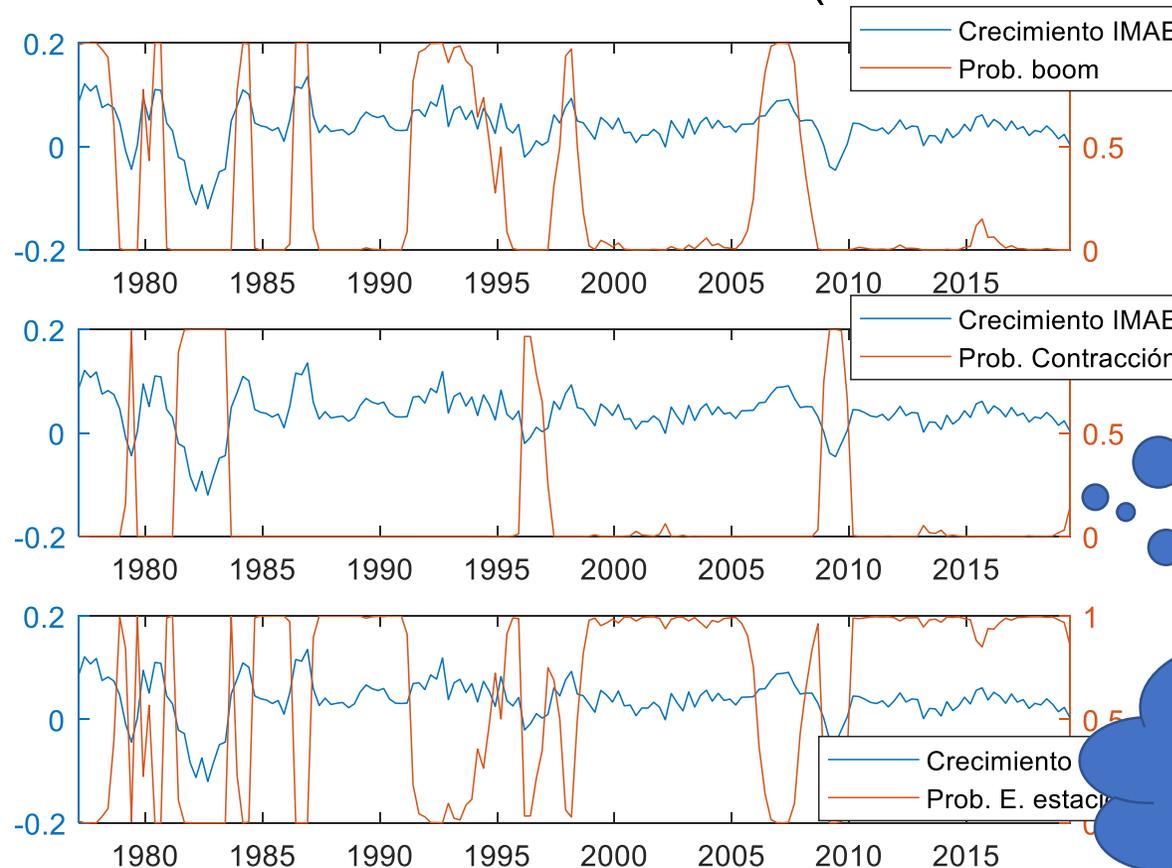
Modelo con 4 variables y ciclo como una variable AR(2)



Resultados. Método de Hamilton (1989)

Aplicación al IMAE.

Crecimiento interanual del IMAE y probabilidades estimadas de los regímenes del ciclo económico (1976Q1-2019Q2)



Probabilidad de
contracción 0.15

¡Esto no es una
proyección!

Resultados, método Hamilton (1989)

Aplicación al IMAE

---> Matriz de probabilidades de transición (p-value) <---

0.79 (0.00)	0.00 (0.00)	0.07 (0.00)
0.00 (0.00)	0.77 (0.00)	0.04 (0.00)
0.21 (0.00)	0.23 (0.00)	0.89 (0.00)

---> Duración esperada de regímenes <---

Régimen #1 (Expansivo):	4.81 periodos (1 año y 2 meses)
Régimen #2 (Contractivo):	4.37 periodos (1 año y 1 mes)
Régimen #3 (Estacionario):	9.15 periodos (2 años y 4 meses)

$$D_i = \frac{1}{1 - p_{ii}}$$

p_{ii} = prob. De permanecer en régimen i

Resultados, método Hamilton (1990)

Aplicación al IMAE (crecimiento)

Crecimientos esperados según régimen antes de 1991

Régimen	Parámetros cambiantes ($\widehat{\mu}_{S_t}$)	Valor P, $H_0: \beta = 0$
Régimen 1 (Expansivo)	0.1022	
Régimen 2 (Contractivo)	-0.0653	
Régimen 3 (Estacionario)	0.0389	

Crecimiento esperado a partir de 1991:

R. Expansivo: 6.89

R. Contractivo: -1.27

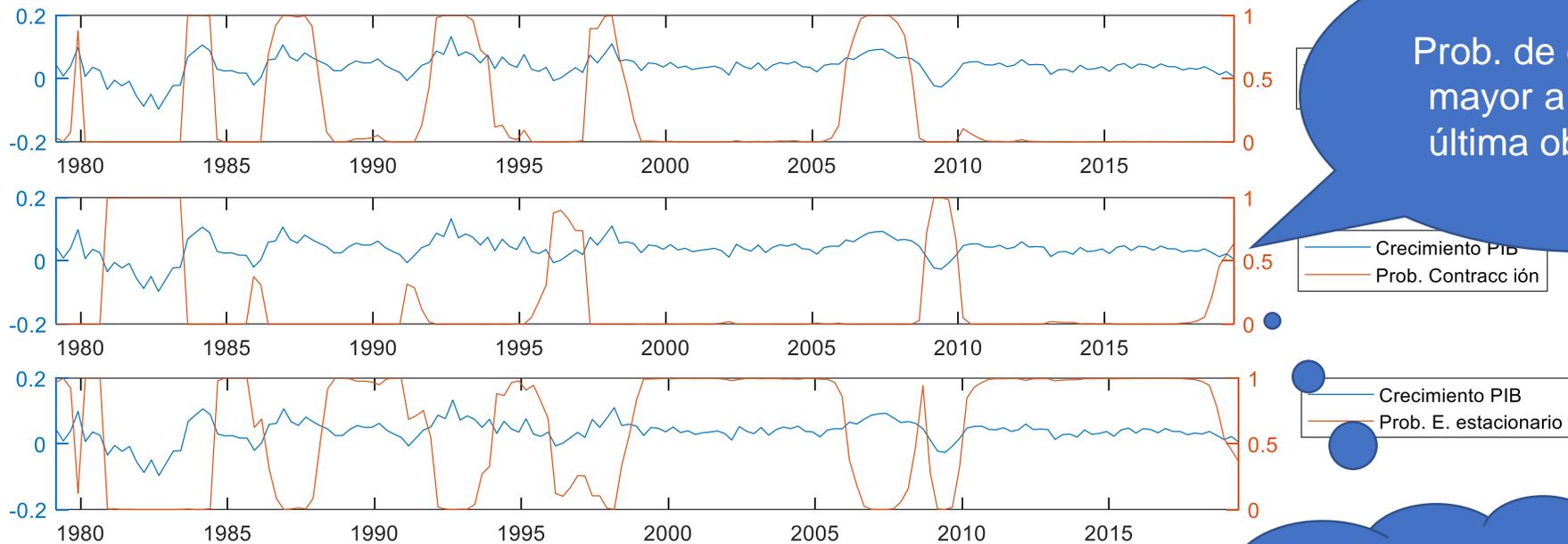
R. Estacionario: 3.46

Régimen	Interacción con dummy (1991)	Valor P, $H_0: \beta = 0$
Régimen 1 (Expansivo)	-0.0333	(0.00)
Régimen 2 (Contractivo)	0.0526	(0.00)
Régimen 3 (Estacionario)	-0.0043	(0.00)

Resultados. Método de Hamilton (1989)

Aplicación al PIB.

Crecimiento interanual del PIB y probabilidades estimadas del estado del ciclo económico (1978Q1-2019Q2)

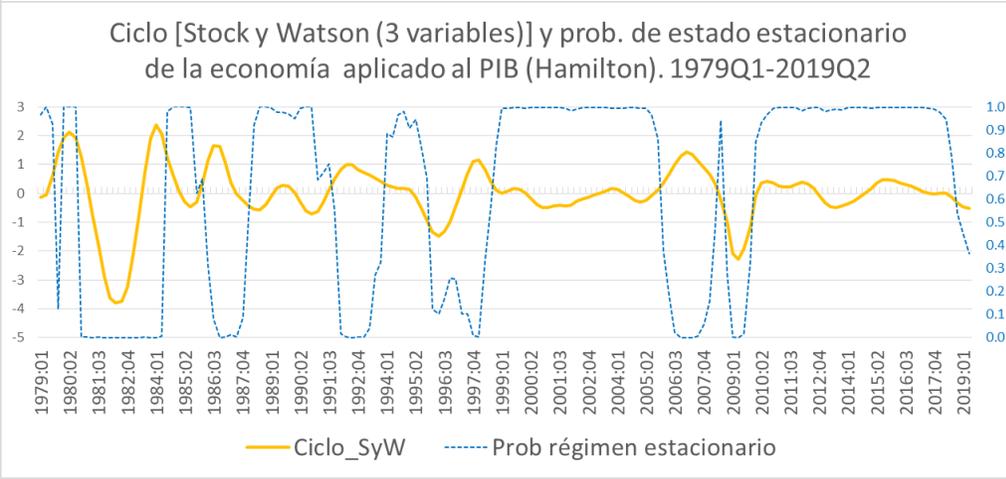
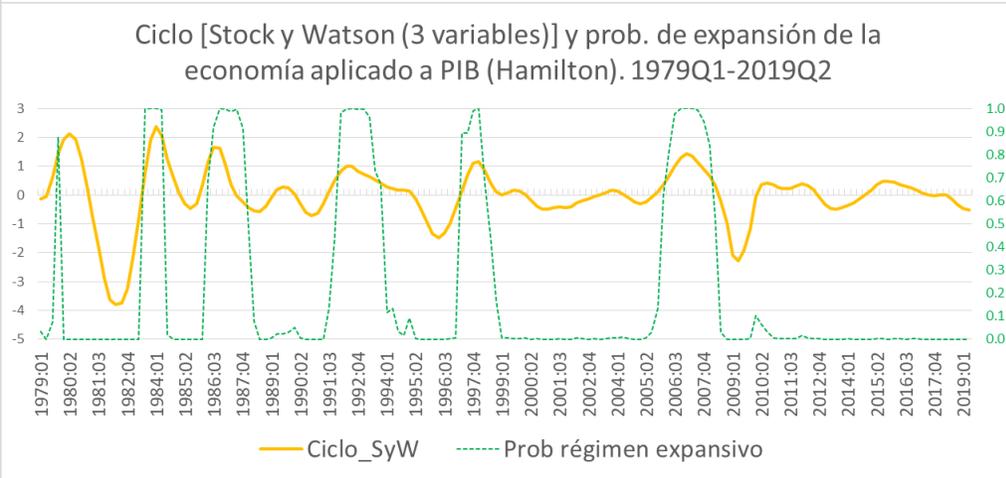
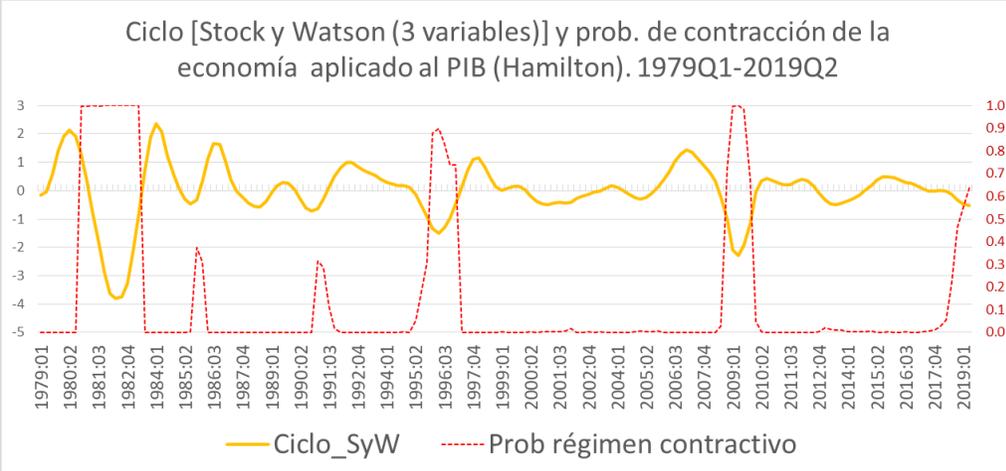


Prob. de contracción mayor a 60% en la última observación

¡Esto no es una proyección!

Comparación de resultados entre métodos (aplicación al PIB).

Ambos métodos coinciden en la identificación de las fases expansiva y contractiva de la actividad económica.



Calibración de parámetro “ λ ” del Filtro de Hodrick y Prescott (FHP)

- El FHP es un método rápido de extraer tendencia de una serie desestacionalizada.
- El FHP minimiza un promedio ponderado entre:
 - 1) Desvío de la tendencia respecto a serie observada, y
 - 2) Aceleración de la tendencia.

$$\text{Min}_{y_t^{tr}} \mathcal{L} = \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^{tr})^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta y_{t+1}^{tr} - \Delta y_t^{tr})^2$$

- λ representa la importancia (castigo) asignada al segundo término.
 - $\lambda \sim 0 \Rightarrow y_t^{tr} \sim y_t$
 - $\lambda \sim \infty \Rightarrow y_t^{tr} \sim mx + b$
- El FHP enfrenta críticas, entre ellas la “arbitrariedad” en elección de λ .

Calibración de parámetro “

Esquivel y Rojas (2007),
Vásquez y Segura
(2011), y Álvarez (2017)

V : Variación
aceleración
relativa a variación
ciclo.

- ¿Qué valor λ utilizar? 100, 1600,
- ¿El BCCR ha implementado la propuesta (2011) para adaptar el λ a las series de Costa Rica?

- Ese método plantea un problema de minimización modificada

$$\min_{y_t^{tr}} \sum_{t=1}^T (y_t^{tr})^2 \frac{\sum_{t=1}^{T-1} [(y_{t+1}^{tr} - y_t^{tr})(y_t^{tr} - y_{t-1}^{tr})]^2}{\sum_{t=1}^T (y_{t+1} - y_t^{tr})^2} \leq V$$

¿Se sigue
dependiendo de
características de
series en USA!

- Dada una serie de datos, se puede “mapear” $V \leftrightarrow \lambda$.
- \rightarrow se halla V_{USA}^* correspondiente a λ estándar en series de USA. Luego, con datos de CR se fija V_{USA}^* y se encuentra el λ_{CR}^* implícito.

Calibración de parámetro “ λ ” del FHP

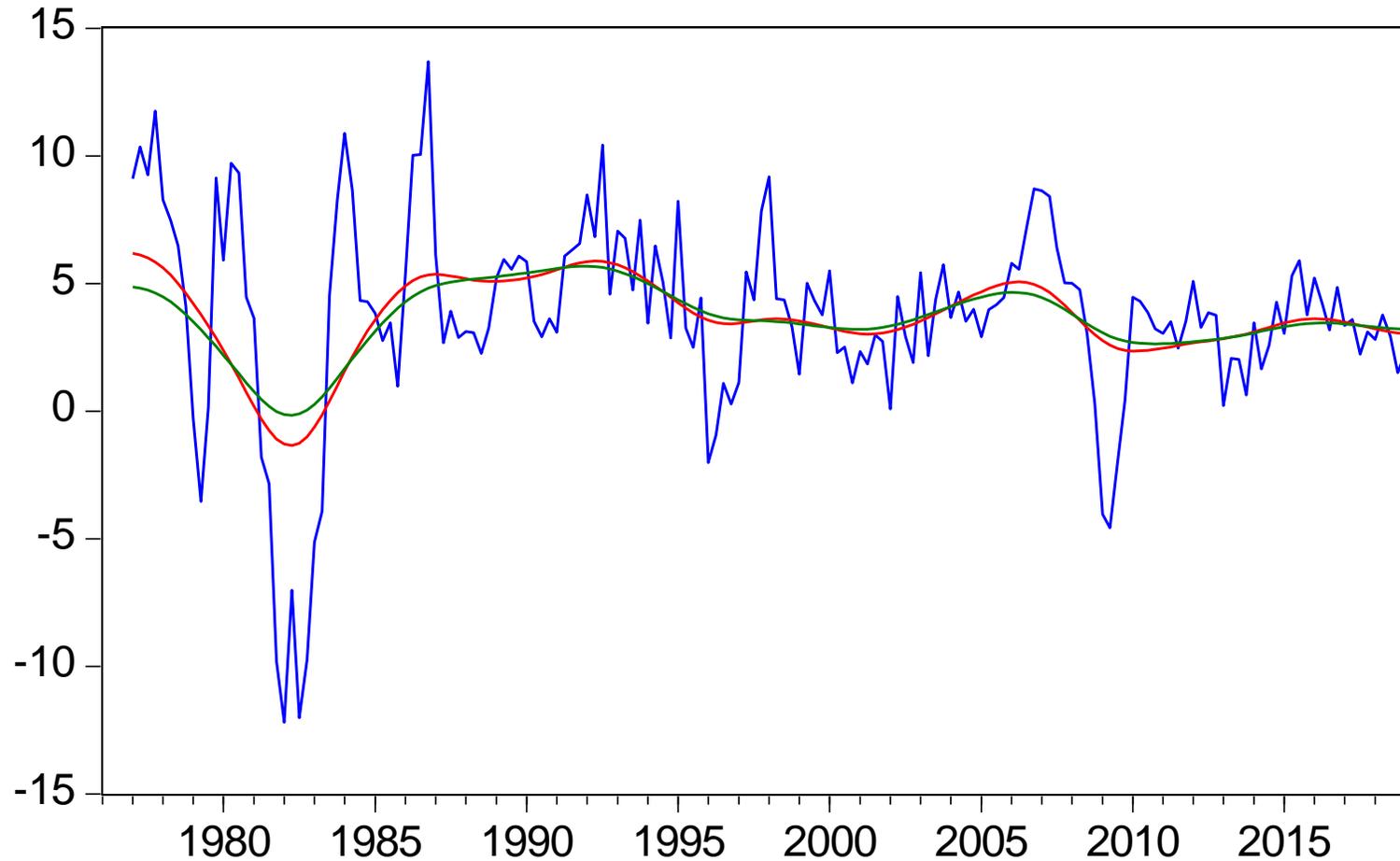
- En este trabajo proponemos independizar la calibración del λ .
- Dado que se tiene una serie de ciclo (C_t) estimada con método de Stock y Watson (1991), la estrategia es hallar el λ_{CR}^* que produce el ciclo más parecido a C_t :

$$\min_{\lambda_{CR}^*} \sqrt{\frac{\sum [C_t(\lambda_{CR}^*) - C_t]^2}{T}}$$



Métrica de raíz de error cuadrático medio

IMAE. Variación interanual. (1977Q1 – 2019Q2)



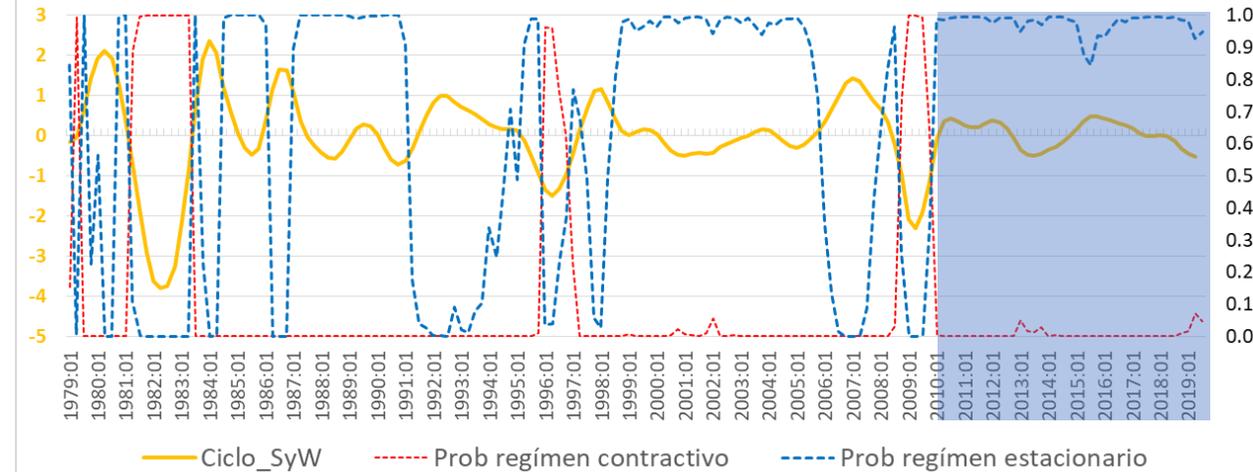
— IMAE desestacionalizado — IMAE HP(Lambda=801) — IMAE HP(Lambda=1800)

Conclusiones.

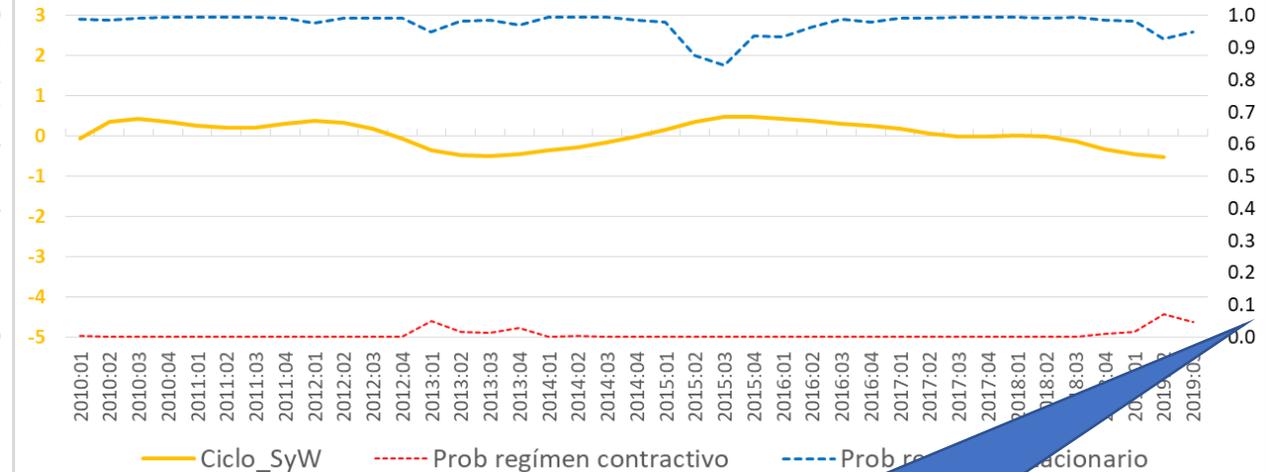
- Los métodos de Stock y Watson (1991) y Hamilton (1989) infieren ciclos de actividad económica coincidentes para la economía costarricense.
- Existe evidencia de que la amplitud del ciclo económico ha disminuido desde 1991.
- La duración esperada de periodos de auge económico se estima entre 1.2 y 1.3 años.
- La duración esperada de periodos de contracción económica se estima entre 1.1 y 1.5 años.
- Los periodos de crecimiento estacionario son más prolongados, entre 2.3 y 3.1 años.
- Con datos al 2do semestre 2019, los datos del PIB indican una probabilidad de 0.6 de estado de contracción, mientras que los del IMAE la estiman en 0.15.
- Se identifica $\lambda = 801$ como el apropiado para aplicar el FHP las series trimestrales de producción en Costa Rica.

Probabilidades con último trimestre disponible del IMAE (III-2019)

Ciclo [Stock y Watson (3 variables)] y probabilidad de contracción de la economía aplicado a IMAE (Hamilton). 1979Q1-2019Q2



Ciclo [Stock y Watson (3 variables)] y probabilidad de contracción de la economía aplicado a IMAE (Hamilton). 1979Q1-2019Q2



Probabilidad de régimen contractivo pasa de 0.15 a 0.05 con el dato del 3er trim. 2019.
A la espera del dato del PIB...

Jornadas de Investigación Económica 2019