



NOTA TÉCNICA  
N.º 01 | 2023

## Cálculo del parámetro de suavizamiento del filtro Hodrick-Prescott para Costa Rica

Fabio Gómez-Rodríguez

Fotografía de portada: "Presentes", conjunto escultórico en bronce, año 1983, del artista costarricense Fernando Calvo Sánchez. Colección del Banco Central de Costa Rica.

# Cálculo del parámetro de suavizamiento del filtro Hodrick-Prescott para Costa Rica

Fabio Gómez-Rodríguez<sup>†</sup>

Las ideas expresadas en este documento son de los autores y no necesariamente representan las del Banco Central de Costa Rica.

## Resumen

El filtro Hodrick-Prescott es un procedimiento utilizado para descomponer series de tiempo en los componentes tendencia y ciclo. Una de las aplicaciones más comunes de este filtro es analizar series de producción o actividad económica para estudiar ciclos económicos. Este filtro usa un parámetro de suavizamiento ( $\lambda$ ) cuyo valor cambia según el país (Marcet y Ravn 2003). Esta nota técnica describe la estimación del parámetro  $\lambda$  adecuado para el caso de Costa Rica. Los valores obtenidos son  $\lambda=1\ 677$  para el PIB trimestral,  $\lambda=15\ 917$  para el PIB mensual y  $\lambda=26$  para el PIB anual. Para la serie mensual del IMAE se recomienda usar  $\lambda=13\ 176$ .

**Palabras clave:** Filtro Hodrick-Prescott, filtro ideal, ciclo económico, brecha del producto.

**Clasificación JEL:** C10, C61, E32

<sup>†</sup> Departamento Investigación Económica. División Económica, BCCR. [gomezri@bccr.fi.cr](mailto:gomezri@bccr.fi.cr)

# Estimation of Hodrick-Prescott Filter's Smoothing Parameter for Costa Rica

Fabio Gómez-Rodríguez †

The ideas expressed in this paper are those of the authors and not necessarily represent the view of the Central Bank of Costa Rica.

## Abstract

The Hodrick-Prescott filter decomposes time series in its trend and cycle components. Applications of this filter include the analysis of production or economic activity time series to study business cycles. The filter's smoothing parameter ( $\lambda$ ) varies for each country (Marcet and Ravn 2003). This technical note describes the estimation of the parameter  $\lambda$  for the case of Costa Rica. The values obtained are  $\lambda=1\ 677$  for the quarterly series of GDP,  $\lambda=15\ 917$  for monthly and  $\lambda=26$  for yearly. For the monthly economic activity index  $\lambda=13\ 176$ .

**Key words:** Hodrick-Prescott Filter, Business Cycle, output gap

**JEL codes:** C10, C61, E32

† Economic Research Department, Economic Division, BCCR. [gomezri@bccr.fi.cr](mailto:gomezri@bccr.fi.cr)

## Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Métodos de Selección del Parámetro <math>\lambda</math></b> .....	<b>2</b>
2.1	Valores estándar .....	3
2.2	Reglas de Ajuste de Marcet y Ravn.....	3
2.3	Filtro HP modificado .....	4
2.4	Resumen de resultados obtenidos .....	5
<b>3</b>	<b>Métodos de Evaluación</b> .....	<b>6</b>
3.1	Método Gráfico.....	6
3.2	Método de Agregación .....	7
3.3	Curva de Phillips .....	8
3.4	Resumen de evaluación .....	9
<b>4</b>	<b>Tratamiento de los datos de la pandemia</b> .....	<b>10</b>
4.1	Método de dos etapas.....	12
4.2	Método de distribución de efectos.....	13
4.3	El Filtro HP de “un lado”. .....	15
4.4	Comparación de Métodos.....	16
<b>5</b>	<b>Conclusiones y Recomendaciones</b> .....	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>Referencias</b> .....	<b>18</b>

# Cálculo del parámetro de suavizamiento del filtro Hodrick-Prescott para Costa Rica

## 1 Introducción

El filtro Hodrick-Prescott (Hodrick & Prescott, 1981), en adelante filtro HP, tiene como objetivo descomponer una serie de tiempo  $y_t$  en dos subseries de la siguiente manera:

$$y_t = y_t^t + y_t^c \quad (1)$$

donde  $y_t^t$  y  $y_t^c$  se refieren al componente de tendencia y al componente cíclico, respectivamente. En esta nota,  $y_t$  representa al logaritmo natural del Producto Interno Bruto (PIB) o del Índice Mensual de Actividad Economía (IMAE) en Costa Rica.

Para el caso de series de actividad económica, el componente de tendencia ( $y_t^t$ ) se asocia con el producto potencial, que se entiende como el nivel de producción de equilibrio a largo plazo (sin acelerar inflación). Por otro lado, el componente cíclico ( $y_t^c$ ) describe la coyuntura económica, donde valores positivos representan producción por encima de los niveles de equilibrio mientras que valores negativos reflejan que la economía se está desempeñando por debajo de su nivel de equilibrio de largo plazo.

La descomposición se obtiene de resolver, después de haber especificado el parámetro de suavizamiento  $\lambda$ , el siguiente problema de optimización:

$$\min_{y_{t \in \{1,2,3,\dots,T\}}^t} \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta^2 y_{t+1}^t)^2 \quad (2)$$

El símbolo *delta* ( $\Delta$ ) representa el operador de diferencias:  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ . El primer término de la función objetivo es el ajuste de la tendencia a la serie original y el segundo determina la variabilidad de esta. Por lo tanto, el problema balancea dos componentes: ajuste a la serie original y la suavidad o estabilidad de la tendencia.

Mayores valores de  $\lambda$  reducen la importancia de la aceleración del componente de tendencia lo cual causa que  $y_t^t$  tenga menos volatilidad (o se suavice). En contraste, cuando el valor de  $\lambda$  es bajo el componente tendencia absorbe una mayor parte de la variabilidad de la serie original, permitiéndole ser un valor cercano a  $y_t$ . Los casos extremos son  $\lambda = \infty$  y  $\lambda = 0$ , donde la serie de tendencia se vuelve una línea recta entre  $y_1$  y  $y_T$ , en el primer caso, o igual a la serie original ( $y_t = y_t^t$ ) en el segundo caso;  $y_T$  se refiera a la última observación de la muestra. Queda claro que los resultados de la descomposición varían con el valor de  $\lambda$ .

Un diagnóstico preciso de la coyuntura económica es fundamental en el estudio del ciclo económico. Es por esto que al utilizar el filtro HP la escogencia de  $\lambda$  se torna de suma importancia. Hodrick y Prescott, en su planteamiento original del filtro, procuraron emular el ciclo económico en EE. UU., y no hay razón para imputar esas mismas propiedades cíclicas a otros países. Este mismo punto lo refuerzan Marcet & Ravn (2003), al demostrar que el valor adecuado de este parámetro varía de país a país, lo que motiva la elaboración de esta nota técnica para el caso de Costa Rica.

En esta nota se discutirán diferentes maneras de estimar el valor de  $\lambda$  para el caso de Costa Rica y se compararán por su capacidad de describir el ciclo económico costarricense y la inflación por medio de una curva de Phillips. Se tomarán en cuenta las metodologías utilizadas anteriormente en Álvarez (2017), Segura y Vásquez (2011) y Esquivel y Rojas (2007).

Se determina que los valores de *lambda* que mejor se desempeñaron son obtenidos de las metodologías V y W propuesta por Marcet y Ravn, situación que se repite con respecto a los cálculos anteriores para Costa Rica. Los valores obtenidos son  $\lambda=1\ 677$  para el PIB trimestral,  $\lambda=15\ 917$  para el PIB mensual y  $\lambda=26$  para el PIB anual. Para la serie mensual del IMAE se recomienda usar  $\lambda=13\ 176$ .

Una particularidad de esta nota técnica es que la muestra incluye el periodo del confinamiento por la pandemia COVID-19. Esto es relevante ya que al utilizar el filtro HP, los efectos de las observaciones extremas relacionadas con el inicio de la pandemia llegan a distorsionar significativamente el análisis coyuntural de periodos previos al primer trimestre del 2020. Por esta razón, para determinar el valor adecuado del parámetro *lambda* para Costa Rica, la nota se enfoca primero en una muestra que concluye al final del 2019. Sin embargo, luego se describen las opciones para usar el filtro HP en toda la muestra.

Esta nota se organiza de la siguiente manera: La segunda sección describe los diferentes métodos sugeridos para estimar el parámetro del filtro HP para Costa Rica. En la sección tres, se muestran diferentes metodologías para evaluar el desempeño de esos parámetros. La cuarta sección muestra formas de aplicar el filtro a toda la muestra (incluyendo la pandemia). La última sección concluye y hace recomendaciones.

## **2 Métodos de Selección del Parámetro $\lambda$**

En esta sección se describen diferentes métodos para la selección del parámetro de suavizamiento. Se organizan los métodos según la complejidad desde el más sencillo que sería el de utilizar los parámetros llamados estándar. Luego se consideran los criterios sugeridos por Marcet y Ravn y el filtro HP modificado.

Dado que *lambda* ( $\lambda$ ) es un parámetro estructural, este no debería experimentar fuertes cambios en el corto y mediano plazo. Es por esto por lo que en esta sección se procede a usar la muestra prepandémica (de 1991 a 2019) para determinar el  $\lambda$

adecuado para Costa Rica. Al final de esta nota técnica, una vez escogido el valor de  $\lambda$ , se considerarán métodos para utilizar la muestra completa.

Se espera que los valores de  $\lambda$  cambien según la frecuencia de la serie de tiempo que se va a filtrar. Cuando la frecuencia de la serie es baja, por ejemplo, anual, los parámetros  $\lambda$  utilizados suelen ser menores. Esto debido al menor valor relativo de la variabilidad del componente cíclico en comparación al ajuste del componente tendencia a la serie original. Consecuentemente series de tiempo de mayor frecuencia muestran una mayor aceleración relativa del componente cíclico por lo que se utilizan mayores valores del parámetro  $\lambda$ .

### 2.1 Valores estándar

En el documento de investigación que propone este filtro, Hodrick y Prescott (1997) sugieren un conjunto de valores de suavizamiento basados en su conjetura sobre la razón entre la aceleración de la parte de tendencia y su bondad de ajuste a la serie original<sup>1</sup>.

Por ejemplo, para una serie trimestral se obtiene:

$$\sqrt{\lambda} = \frac{5}{1/8} \Rightarrow \lambda = 1\ 600 \quad (3)$$

De la misma forma se consideran como valores estándar  $\lambda = 100$  para series anuales, y  $\lambda = 14\ 400$  para series mensuales.

### 2.2 Reglas de Ajuste de Marcet y Ravn

Marcet y Ravn (2003) argumentan que los valores estándar no deben ser utilizados universalmente. Esto debido a que, para algunas economías, usar estos valores estándar pueden llevar a conclusiones erróneas sobre el ciclo económico.

Su propuesta consiste en modificar la optimización del filtro HP para obtener dos alternativas que se presentan a continuación:

#### Optimización 1

$$\min_{y_t^t_{t=\{1,2,3,\dots,T\}}} \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^t)^2$$

$$\text{s. a.: } \frac{\sum_{t=2}^{T-1} (\Delta^2 y_t^t)^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - y_t^t)^2} \leq V \quad (4)$$

#### Optimización 2

$$\min_{y_t^t_{t=\{1,2,3,\dots,T\}}} \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^t)^2$$

$$\text{s. a.: } \frac{\sum_{t=2}^{T-1} (\Delta^2 y_t^t)^2}{T-2} \leq W \quad (5)$$

---

<sup>1</sup> En su análisis del ciclo económico estadounidense ellos argumentan de la siguiente forma: *Nuestra opinión a priori es que un componente cíclico de cinco por ciento es moderadamente grande así como un octavo de punto porcentual para la tasa de crecimiento en un trimestre* (Hodrick & Prescott, 1997).

Ellos demuestran, con el uso del teorema de Kuhn-Tucker, que las restricciones de estas optimizaciones se deben cumplir con igualdad. Esto da lugar a sus dos reglas de ajuste. La idea es utilizar el  $\lambda$  tal que las expresiones de V y W, a continuación, equiparen el valor correspondiente generado por las series estadounidenses.

Es decir, se busca *lambda* de manera que las expresiones a continuación para las series costarricenses igualen los valores que se obtienen para las series de Estados Unidos con valores estándar de *lambda*.

$$V = \frac{\sum_{t=2}^{T-1} (\Delta^2 y_t^t)^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - y_t^t)^2} \quad (6) \qquad W = \frac{\sum_{t=2}^{T-1} (\Delta^2 y_t^t)^2}{T-2} \quad (7)$$

Al filtrar las series de los Estados Unidos con valores estándar se generan los valores V y W que se describen en el siguiente cuadro:

Cuadro 1. Valores de expresiones V y W para las series de los Estados Unidos

Serie	Valor expresión V	Valor expresión W
Índice de Producción Industrial	4.04x10E-5	1.21x10E-8
PIB real mensual	2.47x10E-5	1.77 x10E-9
PIB real trimestral	2.53x10E-4	3.75 x10E-8
PIB real anual	5.40x10E-3	1.58 x10E-6

*Fuente: Elaboración propia.*

Entonces el objetivo de la presente metodología es determinar los valores de  $\lambda$  que al aplicar el filtro a las series costarricenses: IMAE, PIB mensual, trimestral y anual generen exactamente esos mismos valores V y W.

Con esta metodología se obtienen los siguientes parámetros:

Cuadro 2. Valores de lambda obtenidos de la metodología V y W para Costa Rica

Serie	Valor expresión V	Valor expresión W
IMAE	13 176	3 715
PIB mensual	15 917	29 667
PIB trimestral	1 052	1 677
PIB anual	25	26

*Fuente: Elaboración propia.*

### 2.3 Filtro HP modificado

La alternativa propuesta por McDermott (1997) para obtener el valor del parámetro *lambda* se basa en un ejercicio de validación cruzada. Esta validación consiste en usar el valor implícito de la tendencia en  $t$  para el valor de  $\lambda$  que se denota como  $y_t^t(\lambda)$  como predicción del valor  $y_t$ . Nótese que como diferencia es precisamente el

valor del componente cíclico para el periodo  $t$ . En esta metodología se considera óptimo el valor de  $\lambda$  que minimiza la siguiente expresión de la función generalizada de validación cruzada (GCV, por sus siglas en inglés):

$$GCV(\lambda) = T^{-1} \left( 1 + \frac{2T}{\lambda} \right) \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^t(\lambda))^2 \quad (8)$$

Al utilizar esta metodología, que también se describe en detalle Choudhary et. al. (2014), obtenemos los siguientes valores:

Cuadro 3. Valores de lambda obtenidos del filtro HP modificado para Costa Rica

Serie	Valor filtro HP modificado
IMAE	1 688
PIB mensual	2 224
PIB trimestral	223
PIB anual	345

*Fuente: Elaboración propia.*

#### 2.4 Resumen de resultados obtenidos

En el siguiente cuadro se muestra el resumen de los resultados obtenidos por los diferentes métodos descritos en esta sección.

Cuadro 4. Comparación de parámetros obtenidos para cada metodología y estimaciones anteriores.

	Mensual		Trimestral	Anual
	IMAE	PIB	PIB	PIB
Valores Estándar (Hodrick y Prescott)	14 400	14 400	1 600	100
Método V (Marcet y Ravn)	13 176	15 917	1 052	25
Método W (Marcet y Ravn)	3 715	29 667	1 677	26
Filtro HP Modificado	1 688	2 224	223	345
Esquivel y Rojas (2007)	14 087	14 087	1 311	41
Segura y Vásquez (2011)	23 000	44 000	2 250	35
Álvarez (2017)	26 400	22 200	1 800	26

*Fuente: Elaboración propia, Esquivel y Rojas (2007), Segura y Vásquez (2011) y Álvarez (2017).*

Ahora se procede a comparar el desempeño de estos valores para representar la economía costarricense.

### 3 Métodos de Evaluación

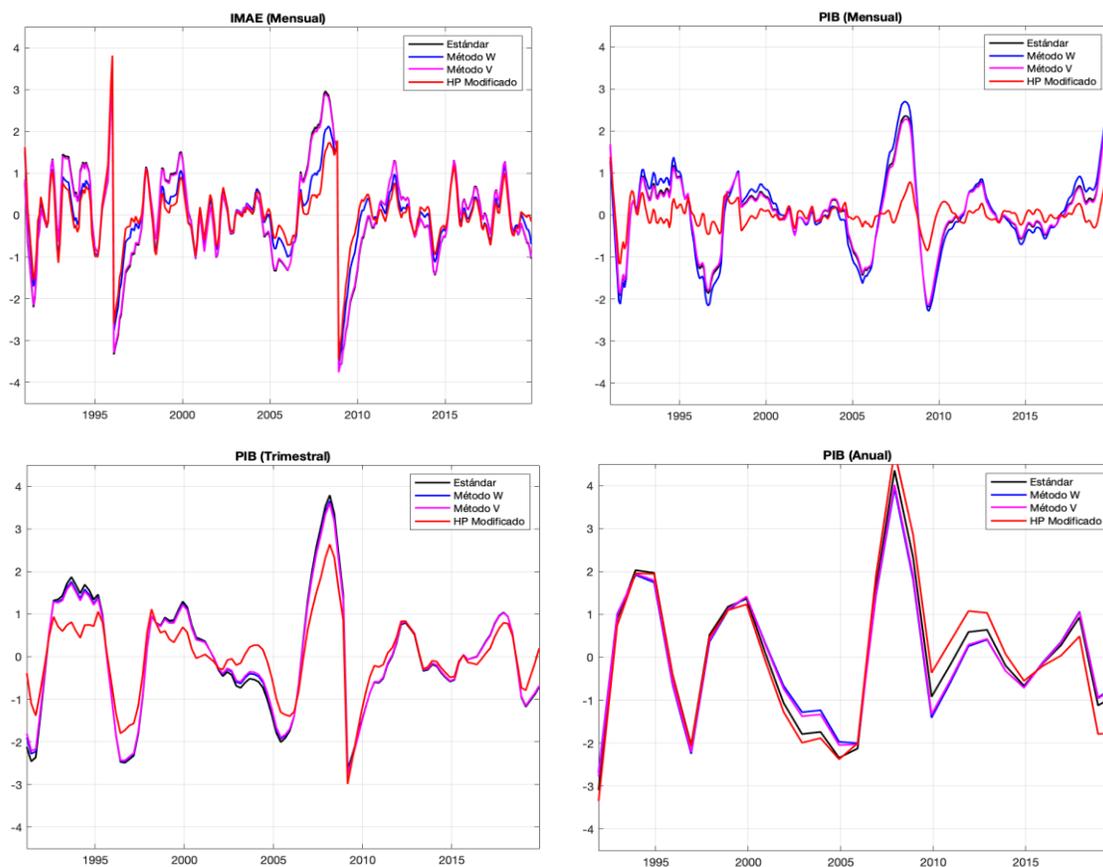
En esta sección se procede a revisar ciertos modelos para evaluar el desempeño de diferentes parámetros del filtro HP. La idea es considerar qué tan adecuados son los resultados para modelar la economía costarricense.

#### 3.1 Método Gráfico

Comenzamos por un simple análisis gráfico. Este se basa en analizar los diferentes componentes cíclicos para determinar el parámetro que en cada caso representa un mejor diagnóstico de la economía costarricense.

Se observa que hay consenso, *grosso modo*, entre los diferentes métodos.

Gráfico 1: Comparación de componentes cíclicos



**Fuente:** Elaboración propia.

### 3.2 Método de Agregación

Como se ha discutido anteriormente (Alvarez, 2017), una de las críticas al filtro HP es que este no preserva las tendencias estimadas bajo agregación o desagregación de los datos. El ejercicio aquí consiste en comparar el ajuste de la tendencia del PIB anual y trimestral con la serie de menor frecuencia (trimestral y mensual, respectivamente).

En este aspecto, a través de diferentes frecuencias se encuentra que los métodos V y W (Marcet & Ravn, 2003) son mejores que los valores estándar y el del filtro modificado. Este último, a su vez, es inclusive peor al compararlo con los valores estándar.

Los resultados de este ejercicio se observan en el Cuadro 5. Ahí se comparan los errores cuadráticos medios de cada agregación. El método que mejor se desempeña es el W de Marcet & Ravn.

Cuadro 5. Comparación de Errores Absoluto y Cuadrado Medio de Agregación

	<b>Aproximación con serie mensual</b>	
<b>Serie anual</b>	<b>Error Absoluto Medio</b>	<b>Error Cuadrático Medio</b>
<b>Valores Estándar</b>	0,0087	0,00013
<b>Valor V M&amp;R</b>	0,0081	0,00010
<b>Valor W M&amp;R</b>	<b>0,0068</b>	<b>0,00007</b>
<b>Filtro Modificado</b>	0,0125	0,00027

	<b>Aproximación con serie mensual</b>	
<b>Serie trimestral</b>	<b>Error Absoluto Medio</b>	<b>Error Cuadrático Medio</b>
<b>Valores Estándar</b>	0,0064	0,00006
<b>Valor V M&amp;R</b>	0,0060	0,00006
<b>Valor W M&amp;R</b>	<b>0,0049</b>	<b>0,00005</b>
<b>Filtro Modificado</b>	0,0059	0,00006

	<b>Aproximación con serie trimestral</b>	
<b>Serie anual</b>	<b>Error Absoluto Medio</b>	<b>Error Cuadrático Medio</b>
<b>Valores Estándar</b>	0,0045	0,00004
<b>Valor V M&amp;R</b>	0,0034	0,00002
<b>Valor W M&amp;R</b>	<b>0,0030</b>	<b>0,00002</b>
<b>Filtro Modificado</b>	0,0091	0,00015

*Fuente: Elaboración propia*

### 3.3 Curva de Phillips

Esta subsección usa un ejercicio de pronóstico de la inflación con base en la estimación de una ecuación de *Curva de Phillips* en la que las presiones de demanda agregada se aproximan con la brecha del producto. Para este ejercicio se usa la muestra que va desde 2009 hasta la última observación disponible para el 2022.

Lo que cambia con cada valor de *lambda* es la brecha del producto. Se estima una brecha para cada uno de los valores de *lambda* proporcionados por los métodos discutidos en la sección anterior: Los valores estándar, el método de Marcet y Ravn (2003), el método de filtro HP modificado de McDermott (1997).

El objetivo, por lo tanto, consiste en determinar si alguno de los valores de *lambda*, da estimaciones de la brecha del producto que tengan una correlación más fuerte con la inflación observada.

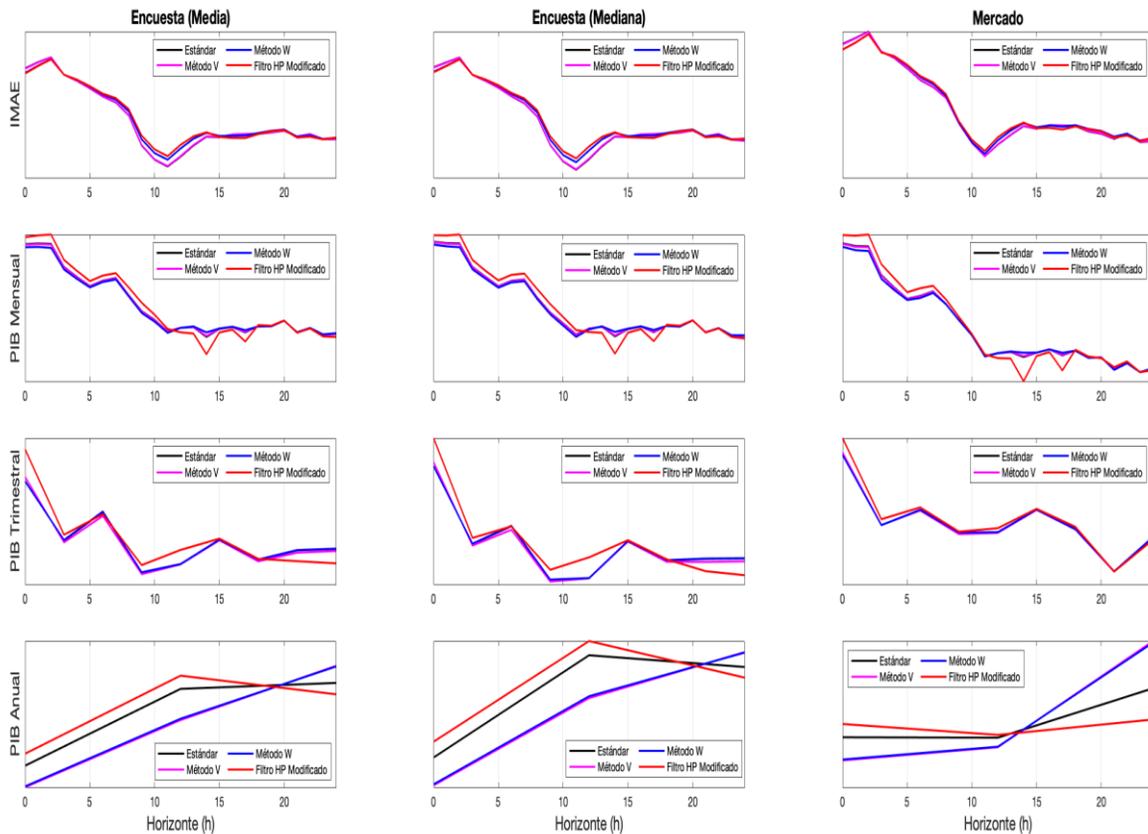
Para este ejercicio consideramos una *Curva de Phillips Neo-Keynesiana*, es decir, aumentada con expectativas de inflación:

$$\pi_{t+h} = \beta_0 + \beta_1 \pi_{t-1} + \beta_2 \mathbb{E}_t \pi + \beta_3 y_{t-1}^c + \varepsilon_t \quad (9)$$

Donde  $\pi$  representa la tasa de inflación interanual con base en el Índice de Precios al Consumidor,  $\mathbb{E}_t \pi$  es la expectativa de inflación un año hacia adelante (se considera expectativas de inflación de encuestas y de mercado). Además,  $y_t^c$  es la brecha del producto. Nótese que el índice  $t$  toma diferente periodicidad dependiendo de la frecuencia de las observaciones que se están evaluando. En consideración de la persistencia de la inflación (alta autocorrelación) se analiza también la misma regresión con hasta 2 años hacia adelante como variable independiente. Esto se hace para considerar la posibilidad de efectos rezagados de brecha sobre la inflación. Con diferentes valores del horizonte  $h$  en la variable dependiente de la ecuación (9) según la periodicidad de los datos. Esto tiene además como objetivo darles robustez a los resultados.

Se evalúa para el periodo de enero 2009 a diciembre del 2019 cuales valores muestran un menor error cuadrado medio. Se procede a combinar tanto el método para encontrar el valor *lambda* como la definición de la variable expectativa de inflación (de mercado o encuesta).

Gráfico 2. Comparación de error cuadrado medio según método de escogencia de  $\lambda$  y por indicador de la expectativa de inflación



Fuente: Elaboración propia.

En el Gráfico 2 se muestran los ECM de los métodos de escogencia del parámetro  $\lambda$ . Menores valores generan un mejor ajuste. Los valores del eje y han sido omitidos dado que la evaluación de cada método es relativa a los demás. Para el IMAE se notan pocas diferencias entre los métodos, con leves preferencias por el método V en el rango de predicción cercano al año hacia adelante. Para el PIB mensual, la conclusión es parecida, solo se agrega el hecho de que el filtro modificado parece ser peor para horizontes menores a un año y mejor para horizontes mayores a un año. Del PIB trimestral concluimos que los métodos V y W muestran coherentemente un mejor ajuste (con excepción de horizontes cercanos a los dos años). En el caso de la serie anual el resultado es más claro a favor de los métodos V y W.

### 3.4 Resumen de evaluación

De los distintos métodos de evaluación se obtiene que los métodos V y W propuestos por Marcat y Ravn son los que coherentemente se desempeñan mejor. Como criterio de desempate se considera, entre métodos de desempeño similar, el valor más cercano a los valores estándar.

Para la serie del IMAE se considera usar  $\lambda = 13\ 176$  como parámetro adecuado, tiene un desempeño bueno tanto en el criterio de agregación como en el de la curva de Phillips y representa un valor cercano al estándar.

En el caso del PIB mensual se considera usar  $\lambda = 15\ 917$  ya que es el valor que mejor se desempeña en el criterio de la curva de Phillips y segundo mejor valor para el criterio de agregación.

El valor  $\lambda = 1\ 677$  se recomienda para el valor del parámetro en el caso de PIB trimestral. Esto basado en el hecho de que su desempeño en el criterio de agregación es el mejor, y se encuentra segundo en el orden de predicción de inflación usando la curva de Phillips.

Finalmente, para el PIB anual se recomienda usar  $\lambda = 26$ . Puesto que es el método W que se desempeñó mejor en ambos casos (criterio de agregación y curva de Phillips).

#### **4 Tratamiento de los datos de la pandemia**

Al filtrar las series de producto usando toda la muestra (hasta setiembre 2022) observamos una discrepancia entre las brechas del producto resultantes (para las series mensuales y trimestrales) y la narrativa del desempeño de la economía costarricense para el año 2019. Como lo detallaremos más adelante, una brecha con valores claramente positivos durante 2019 difiere de otras referencias sobre la economía costarricense en ese periodo. Esto implica que aplicar el filtro sin consideración adicional a las observaciones de la pandemia puede distorsionar el análisis coyuntural costarricense.

Como explican Bodnár, Le Roux, Lopez-Garcia, & Szörfi (2020), el filtro Hodrick-Prescott, aplicado a series de producto o actividad económica, conceptualmente se basan en el hecho de que las fluctuaciones en la demanda agregada, al ser más volátiles que las de oferta, son las que hacen oscilar la serie de tiempo alrededor de la tendencia, que a su vez muestra variaciones menos volátiles. Sin embargo, ante fluctuaciones extraordinarias de la economía, por ejemplo como resultado de una pandemia, este concepto puede ser engañoso.

A inicios del 2020 se desató en todo el mundo el virus que causa COVID19. En Costa Rica, al igual que en el resto del mundo, con el fin de desacelerar la propagación del virus se impusieron una serie de restricciones que afectaron la actividad económica en todo el país. En consecuencia, el producto y la actividad económica se redujeron de manera importante. Contrario a lo que el filtro HP puede modelar, los efectos en el corto plazo no solo afectaron la demanda agregada sino también la capacidad de producción (Bodnár, Le Roux, Lopez-Garcia, & Szörfi, 2020). La dificultad en este caso es determinar el porcentaje de la reducción que se le atribuye al ciclo y que parte se le atribuye a la tendencia. Esto porque el filtro, por definición, va a descartar cambios fuertes al producto potencial en el corto plazo.

Esto causa que se subestimen los efectos de la pandemia a los factores de producción.

La principal preocupación en los círculos académicos y políticos es que las caídas en el producto resultantes de una recesión siempre vienen acompañadas por reducciones en la medición del producto potencial. Esto podría interpretarse como que (i) el producto no regresaría a su tendencia previa y (ii) la dinámica de cierre de la brecha del producto es distinta a los períodos previos a la recesión. El problema es que no todo choque negativo tiene un impacto sobre el producto potencial. Por ejemplo, un choque transitorio de demanda no debería ajustar las estimaciones del producto potencial. La literatura lo que ha encontrado (Gorodnichenko, Coibion, & Ulate, 2017) es que las estimaciones más populares, entre ellas el filtro HP, no distinguen entre choques transitorios y permanentes, lo cual sesga las estimaciones de brecha del producto.

En esta parte de la nota técnica se consideran tres modificaciones al filtro HP para una serie en presencia de observaciones relacionadas a la pandemia: (i) una estimación en dos etapas que combina las estimaciones con muestra prepandémica y la de toda la muestra, (ii) incluir en la estimación un componente específico de la pandemia (adicional al cíclico y de tendencia) de manera tal que el componente cíclico resultante se alinee al de una estimación con la muestra que termina antes de la pandemia (resultando en una distribución diferente de efectos del inicio de la pandemia), (iii) una versión del filtro HP de “un solo lado” la cual evita que observaciones en  $t+1, t+2, \dots$  afecten la descomposición en tendencia y ciclo en  $t$ .

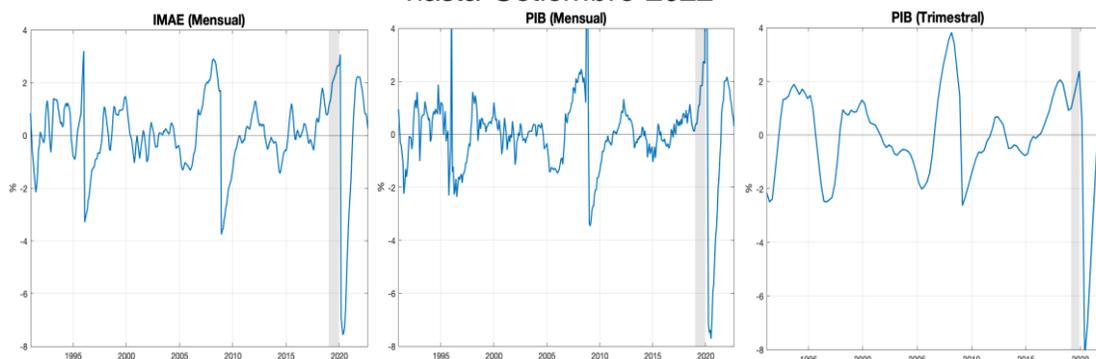
Para ilustrar la consecuencia de no darle un tratamiento especial a las observaciones de la pandemia, se hace referencia al último trimestre del 2019. Ese periodo, ya desde antes de la pandemia, se considera de contracción económica para Costa Rica<sup>2</sup>.

Sin embargo, los resultados de aplicar el filtro sin ajuste de los datos de la pandemia (ver Gráfico 3) sugieren algo muy diferente. Allí se muestra una brecha positiva y en crecimiento durante el 2019. Esta importante incoherencia hace dudar de los resultados del filtro sin ajustar los datos de la pandemia.

---

<sup>2</sup>Así se expuso en varios informes de política monetaria del Banco Central de Costa Rica, (por ejemplo, el de abril del 2020), y por Rodríguez Vargas (2022).

Gráfico 3. Brecha de producto basada en un filtro de una serie con una muestra hasta Setiembre 2022



Fuente: Elaboración propia.

Esto sugiere que los resultados no son precisos y que hay que hacer ajustes al filtro Hodrick-Prescott. A continuación, se presentan tres modificaciones que se usan en esta evaluación para paliar este problema.

#### 4.1 Método de dos etapas

El método de dos etapas estima la serie filtrada con el mismo valor del parámetro  $\lambda$ , pero con dos muestras distintas. La primera muestra cubre el periodo hasta la observación anterior al inicio de la pandemia y la segunda muestra es completa, es decir, incluye las observaciones del inicio pandemia<sup>3</sup>.

Luego de estimar ambas descomposiciones las dos series de tendencia se encadenan para obtener una sola. Es decir, se utiliza la serie de tendencia, que es más corta, y se empalma con los valores de la segunda serie para las observaciones en las que difieren las muestras. Es decir

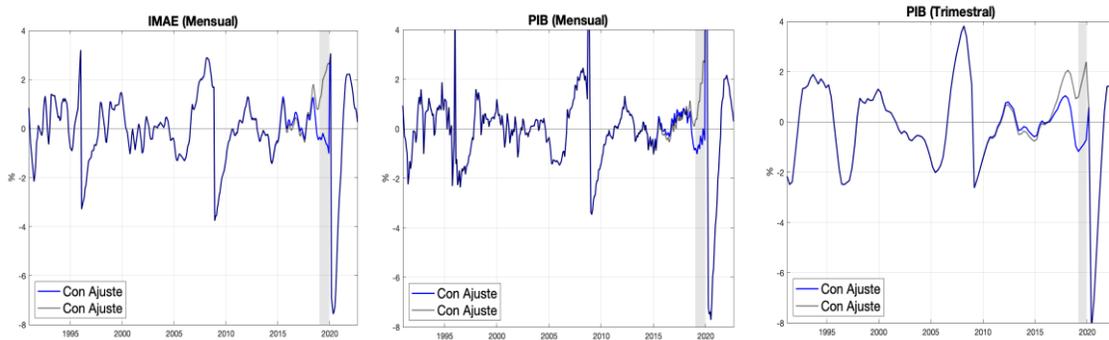
$$y_t^t = \begin{cases} y_t^{t(1)} & \text{for } t < t^* \\ y_t^{t(2)} & \text{for } t \geq t^* \end{cases}$$

donde  $y_t^{t(1)}$  y  $y_t^{t(2)}$  son las series de tendencia según las diferentes muestras (antes de la pandemia y con la pandemia respectivamente) y  $t^*$  representa el periodo del inicio de la pandemia. La brecha del producto se obtiene, de manera usual como diferencia entre la serie original y el componente de tendencia.

En el Gráfico 4 se comparan los componentes de la descomposición de acuerdo con este método con aquella que se obtiene al no realizar ajustes. Se observa un fuerte cambio en la brecha del producto para el año 2019. Esto debido a que el filtro HP tiende a dar un peso mayor a observaciones hacia el final de la muestra y si estas son atípicas hay una distorsión mayor en la descomposición de la serie.

<sup>3</sup> Marzo y abril del 2020 para la serie mensual y el primer y segundo trimestre del 2020 para la serie trimestral.

Gráfico 4: Brechas del producto con el método de ajuste de dos etapas



Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2 Método de distribución de efectos.

Usualmente los cambios transitorios en factores de producción son relativamente pequeños (inclusive despreciables). Esto permite al filtro HP identificar a las variaciones en el producto potencial como aquellos cambios *que no son transitorios*. De acuerdo a esto, la tarea de determinar el valor de  $\lambda$  es equivalente a determinar el umbral que distingue los cambios transitorios de los que no son transitorios.

No obstante, el inicio de la pandemia representó una situación atípica: hubo cambios importantes en los factores de producción que fueron transitorios, y por ende la identificación del producto potencial como cambios que *no son transitorios* se vuelve insuficiente.

Este método consiste en considerar un tercer componente que capte los efectos transitorios en factores de producción debido a las restricciones por la pandemia. La descomposición viene a ser de la siguiente forma:

$$y_t = y_t^t + y_t^c + y_t^p$$

donde  $y_t^p$  es nulo excepto para las observaciones asociadas al inicio de la pandemia. Se define  $y_{t_{covid}}^p = \alpha \cdot \Delta y_{t_{covid}}$  donde  $\Delta y_{t_{covid}}$  es la variación de la serie del producto para las observaciones correspondientes al inicio de la pandemia y se interpreta como los cambios transitorios al producto potencial.

Nótese que según diferentes valores de  $\alpha$  así es la distribución de los efectos del inicio de la pandemia en los componentes tendencia y cíclico. Caso especial es el de  $\alpha = 0$ , es decir, ignorar efectos transitorios al producto potencial, para obtener los mismos resultados que se muestran en el Gráfico 3. Al contrario, cuando  $\alpha = 1$  se estaría obteniendo una brecha del producto como si todo el cambio en la serie de producción de ese periodo hubiera dado en su componente de producción potencial.

El valor de  $\alpha$ , se obtiene de identificar a  $y_{t_{covid}}^p$  como el valor que cause que las brechas de la serie que termina antes de la pandemia y la que incluye toda la muestra sean lo más cercanas posible<sup>4</sup>. Dado el valor de  $\alpha$  esto se efectúa de la siguiente manera:

1. Se escribe la serie de tiempo como suma de diferencias,

$$y_t = y_0 + \Delta y_1 + \Delta y_2 + \dots + \Delta y_t \quad (10)$$

2. Se considera una serie ajustada, donde los cambios grandes que se dieron durante la pandemia ( $\Delta y_{t_{covid}}$ ) se convierten a un menor porcentaje  $(1-\alpha)$  del total,

$$y_t^{ajust} = y_t^t + y_t^c = y_0 + \Delta y_1 + \Delta y_2 + \dots + (1 - \alpha)\Delta y_{t_{covid}} + \dots + \Delta y_t \quad (11)$$

3. Se aplica el filtro HP a la serie ajustada ( $y_t^{ajust}$ ) usando el  $\lambda$  escogido en la sección anterior y se obtiene el componente cíclico. A esta serie le llamaremos ( $\hat{y}_t^c$ )

Queda por determinar el valor de  $\alpha$  que se utiliza en este método. Con el criterio de identificación sugerido, este se obtiene al minimizar el cuadrado de las diferencias de las brechas de la serie con la muestra prepandémica (la cual se denota como  $\tilde{y}_t^c$ ),

$$\min_{\alpha} \sum_{t=1}^{T_{pand}-1} (\tilde{y}_t^c - \hat{y}_t^c)^2 \quad (12)$$

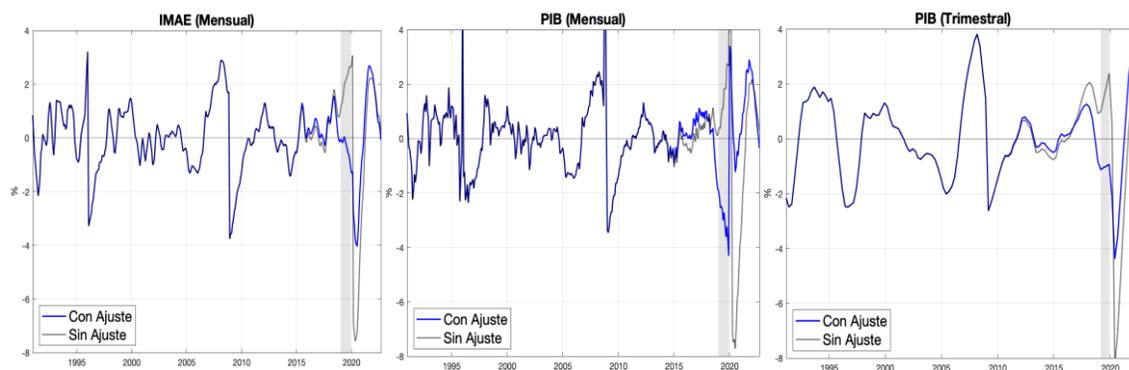
donde  $T_{pand}$  representa el periodo de inicio de la pandemia.

Es decir, se busca que la brecha resultante se alinee con la que se genera con la muestra utilizada en la sección anterior.

---

<sup>4</sup> Esto es una regla de identificación sugerida. Otras formas de identificar efectos transitorios al producto potencial pueden ser aplicados de igual forma.

Gráfico 5: Brechas del producto usando el método de ajuste de distribución de efectos



Fuente: Elaboración propia.

Vale la pena resaltar como aún con el objetivo de reducir la diferencia de brechas, igual se obtiene una leve diferencia entre ellas. Esto indica que una cierta parte de los efectos de la pandemia afectan, de igual forma, el componente cíclico del periodo pre-pandémico.

**Interpretación del parámetro alfa ( $\alpha$ ):** Como describimos arriba, una porción  $\alpha$  del choque de la variación en el producto potencial no se manifiesta en el componente cíclico. Entonces, de manera aproximada, se considera que  $100 \cdot \alpha$  % de la variación se atribuyen a un cambio transitorio al producto potencial. Los estimados del parámetro *alfa* son para el IMAE 88,01%, para el PIB mensual 94,4% y para el PIB trimestral 85,21%. Se concluye que un gran porcentaje de la variación en la producción para el periodo de inicio de la pandemia se puede interpretar como una reducción transitoria del producto potencial.

#### 4.3 El Filtro HP de “un lado”.

Para atender críticas<sup>5</sup> al filtro de HP, Hamilton (2018) propone una versión de “un lado”. El proceso determina el componente tendencial de la serie por partes. Primero, se impone que el componente tendencial sea igual al observado durante los primeros dos periodos. Es decir,  $y_t^t = y_t$  para  $t = 1, 2$ . Este paso es necesario ya que el cálculo del filtro utiliza dos rezagos de la serie por filtrar, por lo que el tamaño de la muestra debe ser al menos tres. Luego, para los valores de  $t$  mayores a dos se utiliza la siguiente estrategia:

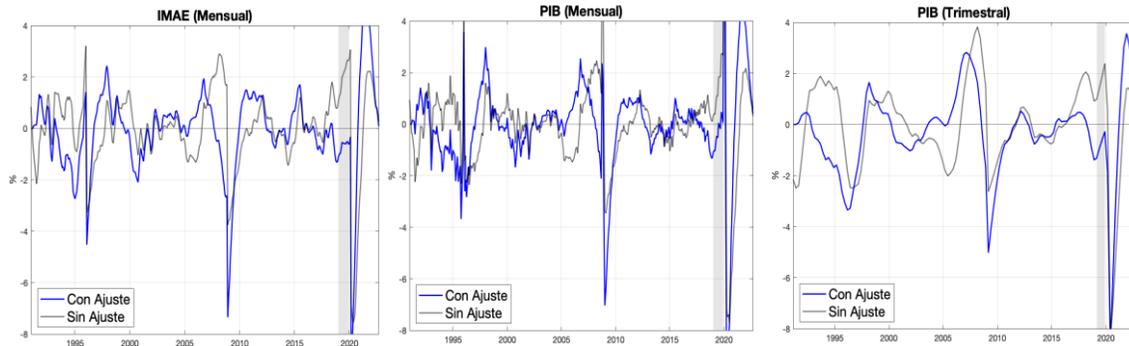
1. Se estima el filtro HP convencional (de dos lados) para cada una de las muestras que terminan en el periodo  $t$  dado por  $\{y_1, y_2, \dots, y_t\}$ .

<sup>5</sup> Tomado del resumen de Hamilton (2018): (i) El filtro HP produce series con relaciones dinámicas espurias que no tienen base en el proceso generador de datos. (ii) Los valores filtrados al final de la muestra son muy distintos de los del medio de la muestra y también se caracterizan por dinámicas espurias (iii) Una formalización estándar del problema produce típicamente valores del parámetro de suavizamiento vastamente en conflicto con las prácticas usuales, por ejemplo, valores de  $\lambda$  mucho más bajos que 1600 para datos trimestrales.

2. Se obtiene la serie de tendencia correspondiente  $\hat{y}_1^t, \hat{y}_2^t, \dots, \hat{y}_t^t$  para cada valor de  $t = 3, 4, 5, \dots, T$ . Al valor de tendencia  $y_t^t$  se le asigna  $\hat{y}_t^t$ .

Nótese que se aplica el filtro HP un total de  $T - 2$  veces.

Gráfico 6: Brechas del producto usando el método Filtro HP de “un lado”



Fuente: Elaboración propia.

#### 4.4 Comparación de Métodos

Al evaluar los diferentes métodos primero observamos, en Gráfico 7, que el filtro de un lado genera una brecha que difiere significativamente de las obtenidas con y sin ajustes. Con algunos valores de la brecha que difieren de manera significativa a los otros métodos, como se observa al inicio de la década de los noventa. Con respecto al método de dos etapas, se observa un “pico” a inicios del 2020 (donde se juntan ambas series) que es difícil de interpretar.

Como otra alternativa para evaluar el desempeño de los métodos consideramos una curva de Phillips que va a relacionar inflación con la actividad económica representada por la brecha del producto. Como se realizó en la ecuación (9) pero para ( $h = 0$ ). Y para este caso, evaluamos el R cuadrado de cada regresión.

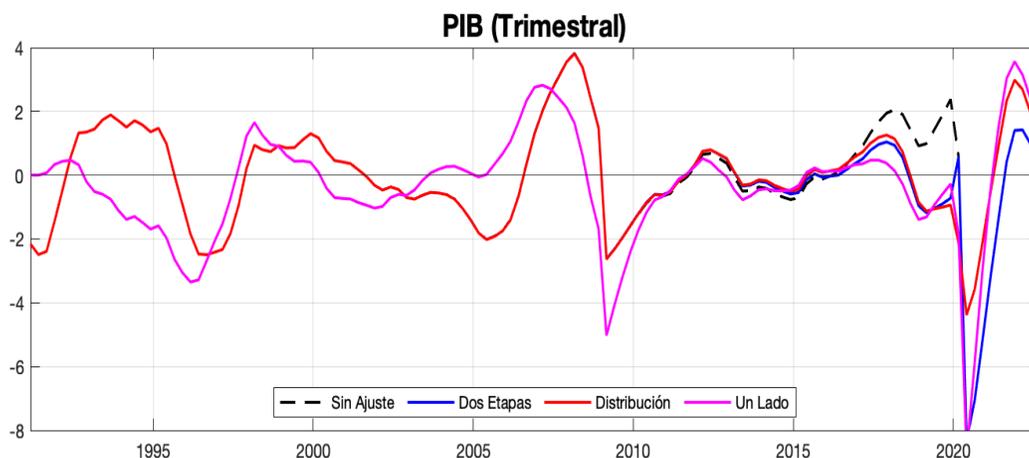
Cuadro 6. Comparación de  $R^2$  en curva de Phillips por método de ajuste y por definición de expectativa de inflación

	IMAE			PIB (Mensual)			PIB (Trimestral)		
	2 etapas	Distr.	Un lado	2 etapas	Distr.	Un lado	2 etapas	Distr.	Un lado
Encuesta (Media)	0,9530	<b>0,9538</b>	0,9531	0,9532	0,9542	<b>0,9549</b>	0,7957	<b>0,8216</b>	0,8200
Encuesta (Mediana)	0,9530	<b>0,9536</b>	0,9532	0,9531	0,9541	<b>0,9549</b>	0,7913	<b>0,8185</b>	0,8170
Mercado	0,9543	<b>0,9544</b>	0,9536	0,9545	0,9544	<b>0,9553</b>	0,7831	0,8050	<b>0,8063</b>

Fuente: Elaboración propia.

Observamos como el valor del  $R^2$  es mayor usualmente para el método de distribución de efectos y el método de un lado. Al analizar el Gráfico 7 y los resultados del Cuadro 6 se sugiere usar el método de distribución para ajustar las observaciones del inicio de la pandemia.

Gráfico 7: Brechas del producto para el PIB trimestral de todos los métodos de ajuste.



Fuente: Elaboración propia.

## 5 Conclusiones y Recomendaciones

Se concluye, al igual que en las última versiones de esta estimación, que los métodos de determinación del valor  $\lambda$  que mejor se desempeñan para el estudio del ciclo económico costarricense son los métodos V y W (Marcet & Ravn, 2003). Especialmente el W permite derivar una brecha de producto que tiene mejor poder predictivo sobre la inflación usando una curva de Phillips con diferentes horizontes, de hasta 2 años hacia adelante.

Se recomienda considerar los siguientes valores del parámetro de suavizamiento del filtro HP:  $\lambda=1677$  para el PIB trimestral,  $\lambda = 15917$  para el PIB mensual y  $\lambda=26$  para el PIB anual. Para la serie mensual del IMAE se recomienda usar  $\lambda=13\ 176$ .

Para filtrar una serie con una muestra que incluya el inicio de la pandemia la recomendación es usar el parámetro de suavizamiento descrito en el párrafo anterior según corresponda, y un ajuste de distribución de efectos descrito en la cuarta sección de esta nota. Usando este método se estima que entre un 85% y 95% de la reducción de la producción para el periodo inicial de la pandemia (primer y segundo trimestre del 2020) se debe a una reducción transitoria al producto potencial.

## 6 Referencias

- Alvarez. C. (2017). Parámetro de suavizamiento del filtro Hodrick-Prescott para Costa Rica. San José: Banco Central de Costa Rica.
- Bodnár. K., Le Roux. J., Lopez-Garcia. P., & Szörfi. B. (2020). The impact of COVID-19 on potential output in the euro area. *ECB Economic Bulletin*.
- Choudhary. A., Hanif. N., & Iqbal. J. (2014). On smoothing macroeconomic time series using HP and modified HP filter. *Applied Economics*. 46:19.
- Esquivel Monge. M., & Rojas Sanchez. M. (2007). Identificación del parámetro de suavizamiento del Filtro Hodrick- Prescott adecuado para el comportamiento cíclico de la actividad económica en Costa Rica. San José.
- Gorodnichenko. Y., Coibion. O., & Ulate. M. (2017). The cyclical sensitivity in estimates of potential output. Brookings Papers on Economic Activity. *NBER Working Paper*.
- Hamilton. J. (2018). Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter. *Review of Economics and Statistics*. 831-843.
- Hodrick. R. J., & Prescott. E. C. (1997). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, credit, and Banking*. 1-16.
- Hodrick. R., & Prescott. E. C. (1981). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. Chicago: Northwestern University.
- Marcet. A., & Ravn. M. O. (2003). The HP-Filter in Cross-Country Comparisons. Barcelona: Barcelona Graduate School of Economics.
- McDermott. J. (1997). An Automatic Method for Choosing the Smoothing Parameter in the HP Filter. International Monetary Fund.
- Rodríguez Vargas. A. (2022). Estimación del producto potencial para Costa Rica 1995-2021. *Nota Técnica BCCR*.
- Rodríguez Vargas. A. (2022). Estimación del producto potencial para Costa Rica 1995-2021. *Banco Central de Costa Rica - Nota Técnica*.
- Segura. C. L., & Vásquez. J. P. (2011). Estimación del parámetro de suavizamiento del filtro Hodrick-Prescott para Costa Rica. San José: Banco Central de Costa Rica.